

Práctico Nro. 5: Lema de Pumping - Propiedades de los Lenguajes Libres de Contexto - Formas Normales

Ejercicio 1.

Probar que los siguientes lenguajes no son libres de contexto usando el Lema de Pumping:

- a. $L = \{www \mid w \in \{a, b\}^*\}$
- b. $L = \{c^r d^s e^{2*r} \mid r, s > 0, r < s\}$
- c. $L = \{a^i b^j c^k d^r \mid 0 < i < j \leq k, r > 0\}$

Ejercicio 2.

Dado los siguientes lenguajes libres de contexto:

- $L_1 = \{ucw \mid u, w \in \{a, b\}^* \mid |u| = |w|\}$
- $L_2 = \{ww^R \mid w \in \{a, b\}^*\}$

Mostrar que:

- a. $L_1 \cup L_2$ es libre de contexto.
- b. $L_1 L_2$ es libre de contexto.
- c. L_1^* es libre de contexto.
- d. L_2^R es libre de contexto.

Ejercicio 3.

Dado el lenguaje $L = \{a^m b^n c^p d^s \mid m, n, p, s > 0, m + n = p + s \vee m + n > p\}$, ¿cree que es posible demostrar que L es libre de contexto utilizando las propiedades de clausura? Justificar la respuesta.

Ejercicio 4.

Mostrar que el lenguaje $L = L_1 \cap L_2$ no es libre de contexto, donde

- $L_1 = \{c^n b^t c^m / n, m > 0, t = 2 * n\}$
- $L_2 = \{c^n b^t c^m / n, t > 0, m = 3 * t\}$

¿Son los lenguajes L_1 y L_2 libres del contexto? ¿Qué puede decir sobre la intersección de los lenguaje libres del contexto?

Ejercicio 5.

Siendo que $L = \{a^i b^j c^k / i, j, k > 0, j \neq 2 * i \vee j \neq k - 1\}$ es un lenguaje libre de contexto, mostrar que \bar{L} contiene un lenguaje que no es libre de contexto.

Ejercicio 6.

Determinar el valor de verdad de cada uno de los siguientes ítems y justificar adecuadamente:

- a. La intersección de un lenguaje Libre de Contexto y un lenguaje Regular no siempre es Libre de Contexto.
- b. Los lenguajes Libres del Contexto son cerrados bajo la operación de diferencia.

Ejercicio 7.

Utilizar el algoritmo para eliminar producciones nulas de las siguientes gramáticas:

$$\begin{aligned} \langle \text{Inv} \rangle &::= \langle \text{Ident} \rangle (\langle \text{Lista} \rangle) | \lambda \\ \langle \text{Lista} \rangle &::= \lambda | e \langle \text{Resto} \rangle \\ \langle \text{Resto} \rangle &::= \lambda | , e \langle \text{Resto} \rangle \\ \langle \text{Ident} \rangle &::= a | b \end{aligned}$$

$$G = \langle \{S, A, B\}, \{a, b\}, P, S \rangle \text{ donde}$$

$$\begin{aligned} P = \{ & S \rightarrow AB \mid aSb \\ & A \rightarrow aAB \mid \lambda \\ & B \rightarrow Bb \mid \lambda \} \end{aligned}$$

Ejercicio 8.

Utilizar el algoritmo para eliminar producciones encadenadas de las siguientes gramáticas:

$$\begin{aligned} \langle \text{Nro} \rangle &::= \langle \text{Entero} \rangle \\ \langle \text{Entero} \rangle &::= \langle \text{Octal} \rangle \\ \langle \text{Octal} \rangle &::= Oo \langle \text{Oct} \rangle \\ \langle \text{Oct} \rangle &::= \langle \text{DigOct} \rangle \langle \text{Oct} \rangle \mid \langle \text{DigOct} \rangle \\ \langle \text{DigOct} \rangle &::= 0..7 \end{aligned}$$

$G = \langle \{S, A, B, C, D, E\}, \{a, b, c, d, g, f, h\}, P, S \rangle$ donde

$$P = \{ S \rightarrow CBa \mid D \\ A \rightarrow bbC \\ B \rightarrow Sc \mid ddd \\ C \rightarrow aA \mid f \mid C \\ D \rightarrow E \mid DABC \\ E \rightarrow gh \}$$

Ejercicio 9.

Utilizar el algoritmo para eliminar símbolos inútiles de las siguientes gramáticas:

$G_1 = \langle \{S, A, B, C, D, E\}, \{a, b\}, P, S \rangle$

$$P = \{ S \rightarrow A \mid AA \\ A \rightarrow ABa \mid ACa \mid D \\ B \rightarrow ABa \mid Ab \\ C \rightarrow DC \mid Cd \mid CEa \\ D \rightarrow Dab \mid Da \mid ab \mid C \mid Aab \\ E \rightarrow Cb \mid aB \}$$

$G_2 = \langle \{S, A, B, C, D, E\}, \{a, b\}, P, S \rangle$ donde

$$P = \{ S \rightarrow AB \\ A \rightarrow bD \mid ba \\ B \rightarrow Cb \mid CD \\ C \rightarrow CB \mid Aa \\ D \rightarrow Daa \mid DD \\ E \rightarrow ab \}$$

Ejercicio 10.

Convertir las siguientes gramáticas a la Forma Normal de Chomsky utilizando el correspondiente algoritmo:

G del ejercicio 8.

$G = \langle \{S, A, B, C, D, E\}, \{a, b\}, P, S \rangle$ donde

$$P = \{ S \rightarrow AC \mid aAD \mid DE \\ A \rightarrow aA \mid BaC \\ B \rightarrow BCb \mid a \\ C \rightarrow aCaa \mid AC \mid DC \\ D \rightarrow AbD \mid DbC \mid ab \\ E \rightarrow aE \mid \lambda \}$$

Ejercicio 11.

Eliminar la recursión izquierda de las siguientes gramáticas utilizando el algoritmo correspondiente:

$$\langle \text{EntradaSalida} \rangle ::= \text{cin}' \gg' \langle \text{Resto} \rangle$$

$$\langle \text{Resto} \rangle ::= \langle \text{Identificador} \rangle \mid \langle \text{Resto} \rangle' \gg' \langle \text{Identificador} \rangle$$

$$G = \langle \{S, B, C\}, \{a, b, c\}, P, S \rangle \text{ donde}$$

$$P = \{ S \rightarrow Sa \mid Bb \mid cC \mid \lambda \\ B \rightarrow Bb \mid Cc \mid \lambda \\ C \rightarrow cC \mid \lambda \}$$

Ejercicio 12.

Eliminar la recursión a derecha de las gramáticas obtenidas en el ejercicio anterior utilizando BNFE y factorización (cuando sea posible).

Ejercicios Complementarios

Ejercicio 1.

Probar que los siguientes lenguajes no son libres de contexto usando el Lema de Pumping:

- a. $L = \{a^i b^j c^k \mid i, j, k > 0, j \geq i + k \text{ y } i < k\}$
- b. $L = \{\#^i a^k \#^j b^{k+2} \mid k, i, j > 0, i \leq 2 * j\}$

Ejercicio 2.

Aplicar el algoritmo para eliminar producciones nulas a la siguiente gramática:

$$G = \langle \{A, B, C, D\}, \{a, b\}, P, A \rangle \text{ donde}$$

$$P = \{ A \rightarrow CaB \mid bBA \\ B \rightarrow DC \mid ab \\ C \rightarrow aA \mid \lambda \mid b \\ D \rightarrow C \}$$

Ejercicio 3.

Utilizar el algoritmo para eliminar producciones encadenadas a la siguiente gramática:

$$G = \langle \{S, A, B\}, \{a, b\}, P, S \rangle \text{ donde:}$$

$$P = \{ S \rightarrow bAa \\ A \rightarrow bBa \mid aB \mid B \\ B \rightarrow bB \mid b \mid S \}$$

Ejercicio 4.

Aplicar el algoritmo para eliminar símbolos inútiles a la siguiente gramática:

$$G = \langle \{S, A, B, C, D, E, F\}, \{a, b\}, P, S \rangle \text{ donde}$$

$$\begin{aligned} P = \{ & S \rightarrow B \mid C \\ & A \rightarrow a \\ & B \rightarrow Aa \mid Bb \mid Ca \\ & C \rightarrow Ab \mid Ba \mid Fa \\ & D \rightarrow Sa \\ & E \rightarrow a \mid b \\ & F \rightarrow FE \mid aF \} \end{aligned}$$

Ejercicio 5.

Utilizar el algoritmo para convertir la siguiente gramática a la Forma Normal de Chomsky:

$$G = \langle \{S, A, B, C, D, E\}, \{a, b, c\}, P, S \rangle \text{ donde}$$

$$\begin{aligned} P = \{ & S \rightarrow AaB \mid B \mid Cbb \\ & A \rightarrow Aa \mid cD \\ & B \rightarrow a \mid Ba \mid \lambda \\ & C \rightarrow Sa \mid a \mid abB \\ & D \rightarrow aaA \\ & E \rightarrow aa \} \end{aligned}$$